Spiral cylindrique avec courbes terminales : 2 arcs de cercle et une droite

Développement excentrique et anisochronisme en position horizontale

Approximations de Haag

Caractéristiques du spiral

Référence :C:\Résonateur (TA)\Data\Bal_spiral cylindrique (ex num).mcd(R)

Référence :C:\Résonateur (TA)\Data\Définition Atan.mcd(R)

Dimensions $\quad ép = 0.09\,mm \quad ha = 0.334\,mm \quad S = 0.03\,mm^2 \quad R_0 = 5\,mm \quad TOL := 10^{-12}$

Elinvar $\quad \rho_s = 8 \times 10^3\ m^{-3} \cdot kg \quad E = 1.7 \times 10^{11}\,Pa \quad G = 6.538 \times 10^{10}\,Pa$

Partie cylindrique $\quad n_s := 10.15 \quad \psi_0 := n_s \cdot 360 \cdot deg \quad \psi_0 = 3.654 \times 10^3\,deg \quad L := R_0 \cdot \psi_0 \quad L = 318.872\,mm$

Amplitude stationnaire du balancier $\quad \theta_0 = 270\,deg$

Référence :C:\Résonateur (TA)\Tables\Modules J, I et W des barres élastiques.mcd(R)

$I_{33} := I_{f\_rect}(ép, ha) \qquad W_{f3} := W_{f\_rect}(ép, ha)$

Courbe terminale

Courbe terminale externe $\quad r_t := 0.5 \cdot R_0 \quad l_t := R_0 + \pi \cdot r_t \quad \alpha_A := \pi$

$X_{0t1}(\alpha_t) := r_t \cdot (1 + cos(\alpha_t)) \quad Y_{0t1}(\alpha_t) := r_t \cdot sin(\alpha_t) \quad X_{0t2}(x) := x \quad Y_{0t2}(x) := r_t$

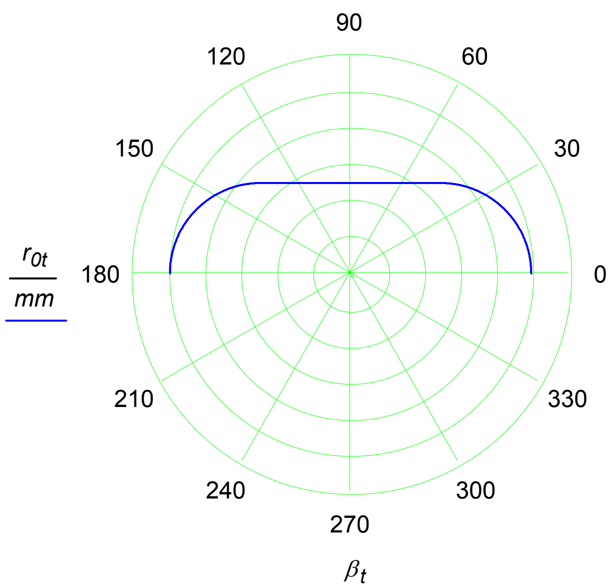
$X_{0t3}(\beta_t) := -r_t \cdot (1 + sin(\beta_t)) \quad Y_{0t3}(\beta_t) := r_t \cdot cos(\beta_t)$

$n_t := 201 \quad j := 0 .. n_t - 1 \quad \Delta\alpha_t := \dfrac{\pi}{2 \cdot (n_t - 1)} \quad \alpha_{t_j} := j \cdot \Delta\alpha_t \quad X_{t1_j} := X_{0t1}(\alpha_{t_j}) \quad Y_{t1_j} := Y_{0t1}(\alpha_{t_j})$

$x_j := r_t - j \cdot \dfrac{2 \cdot r_t}{n_t - 1} \quad X_{t2_j} := X_{0t2}(x_j) \quad Y_{t2_j} := Y_{0t2}(x_j) \quad X_t := pile(X_{t1}, X_{t2}) \quad Y_t := pile(Y_{t1}, Y_{t2})$

$\beta_{t_j} := j \cdot \Delta\alpha_t \quad X_{t3_j} := X_{0t3}(\beta_{t_j}) \quad Y_{t3_j} := Y_{0t3}(\beta_{t_j}) \quad X_t := pile(X_t, X_{t3}) \quad Y_t := pile(Y_t, Y_{t3})$

$r_{0t} := \overrightarrow{\sqrt{X_t^2 + Y_t^2}} \qquad \beta_t := \overrightarrow{Atan(X_t, Y_t)}$



Déplacement de la virole libre

$\mathbf{OA} := R_0 \cdot e^{i \cdot \pi}$ $\quad \mathbf{OB} := R_0 \cdot e^{i \cdot (\pi + \psi_0)}$ $\quad L_t := L + 2 \cdot l_t$

$$X_1 := \frac{1}{R_0^2} \cdot \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} X_{0t1}(\alpha) \cdot r_t \, d\alpha - \int_{r_t}^{-r_t} X_{0t2}(x) \, dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} X_{0t3}(\beta) \cdot r_t \, d\beta \right) \qquad X_1 = 0$$

$$Y_1 := \frac{1}{R_0^2} \cdot \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} Y_{0t1}(\alpha) \cdot r_t \, d\alpha - \int_{r_t}^{-r_t} Y_{0t2}(x) \, dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} Y_{0t3}(\beta) \cdot r_t \, d\beta \right) - 1 \qquad Y_1 = 0$$

$\rho_1 := \sqrt{X_1^2 + Y_1^2}$ $\quad \varphi_1 := Atan(X_1, Y_1)$ $\quad \boxed{\rho_1 = 0}$ $\quad \boxed{\varphi_1 = 270\,deg}$

$$X_2 := \frac{1}{R_0^3} \cdot \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} r_t \cdot \alpha \cdot X_{0t1}(\alpha) \cdot r_t \, d\alpha - \int_{r_t}^{-r_t} \left(r_t \cdot \frac{\pi}{2} + r_t - x \right) \cdot X_{0t2}(x) \, dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(r_t \cdot \frac{\pi}{2} + 2 \cdot r_t + r_t \cdot \beta \right) \cdot X_{0t3}(\beta) \cdot r_t \, d\beta \right]$$

$X_2 := X_2 + 1$

$$Y_2 := \frac{1}{R_0^3} \cdot \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} r_t \cdot \alpha \cdot Y_{0t1}(\alpha) \cdot r_t \, d\alpha - \int_{r_t}^{-r_t} \left(r_t \cdot \frac{\pi}{2} + r_t - x \right) \cdot Y_{0t2}(x) \, dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(r_t \cdot \frac{\pi}{2} + 2 \cdot r_t + r_t \cdot \beta \right) \cdot Y_{0t3}(\beta) \cdot r_t \, d\beta \right]$$

$\rho_2 := \sqrt{X_2^2 + Y_2^2}$ $\quad \varphi_2 := Atan(X_2, Y_2)$ $\quad \boxed{\rho_2 = 1.316}$ $\quad \boxed{\varphi_2 = 102.478\,deg}$

Avec des conditions de Phillips satisfaites

$\rho_1 := 0$

$$\mathbf{w_{aPh}}(\theta) := \frac{R_0^2}{L_t^2} \cdot \theta^2 \cdot \rho_2 \cdot \left(e^{-i \cdot \varphi_2} \cdot \mathbf{OA} - e^{i \cdot \varphi_2} \cdot \mathbf{OB} \cdot e^{i \cdot \theta} \right) \qquad \mathbf{w_{aPh}}(\theta_0) = 0.019 + 0.058i\,mm$$

Réaction sur le pivot de balancier

$$\mathbf{F}(\theta) := 2 \cdot \frac{E \cdot I_{33}}{L \cdot R_0^2} \cdot \mathbf{w_{aPh}}(\theta) \qquad \left| \mathbf{F}(\theta_0) \right| = 5.309 \times 10^{-5}\,N$$

Perturbation de période

$$H(x) := x \cdot (1 + x^2) \cdot J1(x) - 2 \cdot x^2 \cdot J0(x)$$

$$\delta_{aPh}(\theta_0) := -\frac{R_0^4}{2 \cdot L_t^4} \cdot \left[3 \cdot (\rho_2^2 + \rho_2^2) \cdot \theta_0^2 + 4 \cdot H(\theta_0) \cdot \rho_2 \cdot \rho_2 \cdot cos(\psi_0 + \varphi_2 + \varphi_2) \right] \qquad \delta_{aPh}(\theta_0) = -5.678 \times 10^{-6}$$

$\mu_{aPh}(\theta_0) := -86400 \cdot \delta_{aPh}(\theta_0)$ $\quad \boxed{\mu_{aPh}(\theta_0) = 0.491}$ $\quad \boxed{\mu_{aPh}(180 \cdot deg) = 0.157}$

$\theta_m := 180 \cdot deg, 185 \cdot deg .. 360 \cdot deg$